ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΓΕΝΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

ΔΕΥΤΕΡΑ 6 ΙΟΥΝΙΟΥ 2022

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Θεωρ. σχολ. βιβλίου σελ.186

Α2. Θεωρ. σχολ. βιβλίου σελ.142

Α3. Θεωρ. σχολ. βιβλίου σελ.162

Α4.α) Σ

β) Σ

γ) Σ

δ) Λ

ε) Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης fog είναι:

$$D_{fog} = \{x \in D_g \text{ και } g(x) \in D_f\}$$

$$D_{fog} = \{x \geq 0 \text{ και } \sqrt{x} \leq 1\}$$

$$D_{fog} = \{x \geq 0 \text{ και } 0 \leq x \leq 1\}$$

$$D_{fog} = [0, 1]$$

Ο τύπος της fog είναι:

$$(fog)(x) = f(g(x))$$

$$\Leftrightarrow (fog)(x) = \sqrt{x}^4 - 2\sqrt{x}^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow (fog)(x) = x^2 - 2x + 1$$

$$\Leftrightarrow (fog)(x) = (x-1)^2 \text{ με } x \in [0, 1]$$

Β2. Για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in [0, 1]$ με $h(x_1) = h(x_2)$ έχουμε:

$$h(x_1) = h(x_2)$$

$$\Leftrightarrow (x_1 - 1)^2 = (x_2 - 1)^2$$

$\Leftrightarrow |x_1 - 1| \ = |x_2 - 1|$ αφού $1 \le 0$ και $x_2 - 1 \le 0$

$\Leftrightarrow -x_1 + 1 = -x_2 + 1$

$\Leftrightarrow x_1 = x_2$

Επομένως η h είναι "1-1" και αντιστρέφεται.

Για την εύρεση της αντίστροφης λύνουμε την εξίσωση $h(x) = y$ ως προς x με $x \in [0,1]$

Είναι $h(x) = y$

$\Leftrightarrow (x-1)^2 = y$

$\Leftrightarrow |x-1| = \sqrt{y},\ y \ge 0$

$\Leftrightarrow -x + 1 = \sqrt{y}$

$\Leftrightarrow x = 1 - \sqrt{y}$

Είναι $0 \le x \le 1$

$\Leftrightarrow 0 \le 1 - \sqrt{y} \le 1$

$\Leftrightarrow -1 \le -\sqrt{y} \le 0$

$\Leftrightarrow 0 \le \sqrt{y} \le 1$

$\Leftrightarrow 0 \le y \le 1$

Επομένως $h^{-1}(x) = 1 - \sqrt{x}$ με $x \in [0,1]$

B3.i) Είναι $\varphi(x) = \begin{cases} \dfrac{1-\sqrt{x}}{1-x}, & x \in [0,1) \\ \dfrac{1}{2}, & x = 1 \end{cases}$

Η φ είναι συνεχής στο $[0,1)$ ως πράξεις συνεχών.

Εξετάζω τη συνέχεια της φ στο $x_o = 1$

$$\lim_{x \to 1^-} \varphi(x) = \lim_{x \to 1^-} \frac{1-\sqrt{x}}{1-x} = \lim_{x \to 1^-} \frac{1-x}{(1+\sqrt{x})(1-x)} = \frac{1}{2}$$

Επομένως $\lim\limits_{x \to 1^-} \varphi(x) = \varphi(1) = \dfrac{1}{2}$

Δηλαδή φ συνεχής στο $x_o = 1$

Επομένως φ συνεχής στο $[0,1]$

$\varphi(0) = 1$

$\varphi(1) = \dfrac{1}{2}$

Δηλαδή $\varphi(0) \ne \varphi(1)$

Επομένως, ισχύουν οι υποθέσεις του θεωρήματος ενδιάμεσων τιμών στο $[0,1]$

ii) Είναι $\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{2}$

$\Leftrightarrow \eta\mu\frac{\pi}{6} < \eta\mu\alpha < \eta\mu\frac{\pi}{2}$ διότι ημx γνησίως αύξουσα στο $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2} < \eta\mu\alpha < 1$

Η φ συνεχής στο $[0,1]$ και ημα είναι ενδιάμεση τιμή των $\varphi(0)$ και $\varphi(1)$.

Σύμφωνα με το θεώρημα ενδιάμεσων τιμών υπάρχει ένα τουλάχιστον $x_o \in (0,1)$ τέτοιο ώστε $\varphi(x_o) = \eta\mu\alpha$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Στο $(-\infty,-1)$ έχουμε ότι

$$f'(x) = -2$$
$$\Leftrightarrow f'(x) = (-2x)'$$
$$\Leftrightarrow f(x) = -2x + c_1 \quad \mathbf{(1)}$$

Στο $(-1,+\infty)$ έχουμε ότι

$$f'(x) = 3x^2 - 1$$
$$\Leftrightarrow f'(x) = (x^3 - x)'$$
$$\Leftrightarrow f(x) = x^3 - x + c_2 \quad \mathbf{(2)}$$

Όμως $O(0,0) \in C_f \Leftrightarrow f(0) = 0$ και από $\mathbf{(2)}$ για $x = 0 \Leftrightarrow c_2 = 0$

Άρα $f(x) = x^3 - x\,,\ x \in (-1,+\infty)$

Η f συνεχής στο $\mathbb{R}$ άρα και στο $x_o = -1$ οπότε

$$\lim_{x\to-1^-} f(x) = \lim_{x\to-1^+} f(x) = f(-1)$$
$$\Leftrightarrow \lim_{x\to-1^-}(-2x + c_1) = \lim_{x\to-1^+}(x^3 - x) = f(-1)$$
$$\Leftrightarrow -2(-1) + c_1 = -1 + 1 = f(-1)$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} c_1 + 2 = 0 \\ f(-1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c_1 = -2 \\ f(-1) = 0 \end{cases}$$

$$\text{Άρα } f(x) = \begin{cases} -2x - 2, & x \in (-\infty,-1) \\ 0\ , & x = -1 \\ x^3 - x\,, & x \in (-1,+\infty) \end{cases} = \begin{cases} -2x - 2, & x \le -1 \\ x^3 - x\,, & x > -1 \end{cases}$$

Γ2. Έχουμε ότι $f(x) = x^3 - x,\ x > -1$

Η f είναι παραγωγίσιμη στο $(-1,+\infty)$ ως πολυωνυμική με $f'(x) = 3x^2 - 1$

Η εφαπτομένη της C_f στο $A(x_o, f(x_o))$ με $x_o > -1$ είναι:

ε: $y - f(x_o) = f'(x_o)(x - x_o)$

$\Leftrightarrow y - x_o^3 + x_o = (3x_o^2 - 1)(x - x_o)$

Όμως η ε τέμνει τον άξονα $y'y$ στο -2 οπότε $\Lambda(0,-2) \in \varepsilon$

Οπότε $-2 - x_o^3 + x_o = (3x_o^2 - 1)(0 - x_o)$

$\Leftrightarrow -2 - x_o^3 + x_o = -3x_o^3 + x_o$

$\Leftrightarrow 2x_o^3 = 2$

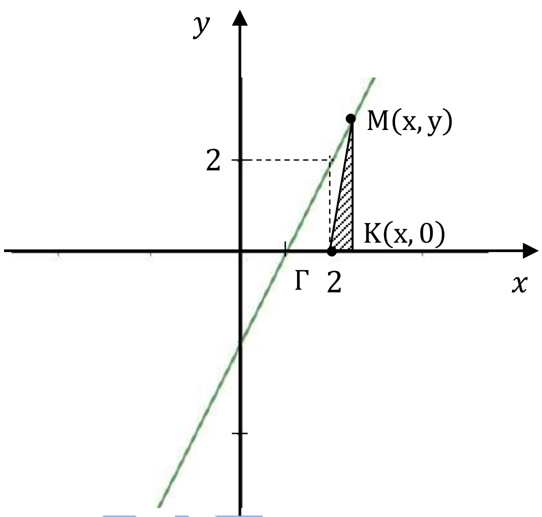
$\Leftrightarrow x_o^3 = 1$

$\Leftrightarrow x_o = 1$

Άρα $A(1, f(1)) \equiv A(1,0)$ και ε: $y - 1 + 1 = (3 \cdot 1^2 - 1)(x - 1)$

$$\Leftrightarrow y = 2x - 2$$

Γ3. Βρίσκουμε τον τύπο του εμβαδού του τριγώνου ΜΚΓ ως συνάρτηση του x



Έχουμε ότι $K(x,0)$

Τότε

$MK = |y| = 2x - 2$ διότι

$2x - 2 > 0$ για $x > 2$

$\Gamma K = |x - 2| = x - 2$, για $x > 2$

Τότε

$$E = \frac{1}{2}(MK)(\Gamma K) = \frac{1}{2}(2x-2)(x-2)$$

$$= (x-1)(x-2) = x^2 - 3x + 2$$

Άρα $E = x^2 - 3x + 2$, $x > 2$ και τη χρονική στιγμή t είναι

$E = E(t)$

$x = x(t)$

Οπότε $E(t) = x^2(t) - 3x(t) + 2$

Άρα $E'(t) = 2x(t) \cdot x'(t) - 3x'(t)$

Την χρονική στιγμή t_o έχουμε ότι

$$E'(t_o) = 2x(t_o) \cdot x'(t_o) - 3x'(t_o) = 2 \cdot 3 \cdot 2 - 3 \cdot 2 = 6 \text{ τ.μ./sec}$$

αφού $M \equiv B \Leftrightarrow x(t_o) = 3$ και $y(t_o) = 4$ και $x'(t_o) = 2$

Γ4. Για τα x κοντά στο $-\infty$ ισχύει ότι

$$f(x) = -2x - 2$$

- Για το $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\eta\mu f(x)}{f(x)}$

  Θέτω $u=f(x)$

  $$\lim_{x\to-\infty}u=\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}(-2x-2)=\lim_{x\to-\infty}(-2x)=+\infty$$

  Άρα $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\eta\mu f(x)}{f(x)}=\lim\limits_{u\to+\infty}\dfrac{\eta\mu u}{u}$

  Τότε για $u>0$: $-1\le\eta\mu u\le 1\Leftrightarrow -\dfrac{1}{u}\le\dfrac{\eta\mu u}{u}\le\dfrac{1}{u}$

  $\lim\limits_{u\to+\infty}\left(-\dfrac{1}{u}\right)=\lim\limits_{u\to+\infty}\dfrac{1}{u}=0$ οπότε από Κριτήριο Παρεμβολής $\lim\limits_{u\to+\infty}\dfrac{\eta\mu u}{u}=0$

  Άρα $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\eta\mu f(x)}{f(x)}=0$

- Για το $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(-x)}{1-x^3}$

  Θέτω $u=-x\Leftrightarrow x=-u$

  $\lim\limits_{x\to-\infty}u=\lim\limits_{x\to-\infty}(-x)=+\infty$

  Τότε $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(-x)}{1-x^3}=\lim\limits_{u\to+\infty}\dfrac{f(u)}{1-(-u)^3}=\lim\limits_{u\to+\infty}\dfrac{f(u)}{1+u^3}$

  $=\lim\limits_{u\to+\infty}\dfrac{u^3-u}{1+u^3}$, αφού $f(u)=u^3-u$ για $u>-1$

  $=\lim\limits_{u\to+\infty}\dfrac{u^3}{u^3}=1$

  Άρα $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[\dfrac{\eta\mu f(x)}{f(x)}+\dfrac{f(-x)}{1-x^3}\right]=1$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.i) Με $x\in(0,+\infty)$ έχουμε:

- $f'(x)=1-\dfrac{1}{x}=\dfrac{x-1}{x}$
- $f'(x)=0\Leftrightarrow x=1$
- $f'(x)>0\Leftrightarrow x>1$

Το πρόσημο της f', η μονοτονία της f και τα ακρότατα φαίνονται στον πίνακα:

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘	$f(1)=1-\ln 3<0$	↗	

Άρα η f είναι $\downarrow$ $A_1=(0,1]$

και $\uparrow$ $A_2=[1,+\infty)$

Επίσης παρουσιάζει ελάχιστο στο $x_o = 1$ το $f(1) = 1 - \ln 3 < 0$, διότι $e < 3 \Leftrightarrow$

$\ln e < \ln 3 \Leftrightarrow 1 < \ln 3$

– Αν $x \in A_1$ η f, ως συνεχής και $\downarrow$ A_1 έχει σύνολο τιμών

$$f(A_1) = \left[f(1), \lim_{x\to 0^+} f(x)\right) = [1 - \ln 3, +\infty)$$

διότι $\lim_{x\to 0^+}\left(x - \ln(3x)\right) = +\infty$

– Αν $x \in A_2$ η f, ως συνεχής και $\uparrow$ A_2 έχει σύνολο τιμών

$$f(A_2) = \left[f(1), \lim_{x\to +\infty} f(x)\right) = [1 - \ln 3, +\infty)$$

διότι $\lim_{x\to+\infty}\left(x - \ln(3x)\right) \overset{+\infty-\infty}{=} \lim_{x\to+\infty}\left[x\left(1 - \frac{\ln(3x)}{x}\right)\right] = +\infty$

αφού $\lim_{x\to+\infty} x = +\infty$

και $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln 3x}{x}\left(\frac{+\infty}{+\infty}\right) \overset{DL}{\Rightarrow} \lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{1}{x}}{1} = 0$

Το $0 \in f(A_1) \Leftrightarrow$ υπάρχει $x_1 \in A_1 = (0,1]$ ώστε $f(x_1) = 0$

και είναι μοναδικό γιατί είναι $f \downarrow A_1$

<u>επίσης</u> $x_1 < 1 \Leftrightarrow f(x_1) > f(1)$, αφού $f \downarrow$

$\Leftrightarrow 0 > f(1)$, αληθής

Άρα το $x_1 \in (0,1)$

Το $0 \in f(A_2) \Leftrightarrow$ υπάρχει $x_2 \in A_2 = (0,1]$ ώστε $f(x_2) = 0$

και είναι μοναδικό διότι $f \uparrow A_2$

<u>επίσης</u> $x_2 > 1 \Leftrightarrow f(x_2) > f(1) \Leftrightarrow 0 > 1 - \ln 3$

$\Leftrightarrow 1 > \ln 3$, αληθής

Άρα το $x_2 \in (1, +\infty)$

Επομένως η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει ακριβώς δύο ρίζες x_1, x_2 με $0 < x_1 < 1 < x_2$

ii) Είναι $f''(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right)' = \frac{1}{x^2} > 0$ για κάθε $x \in A = (0, +\infty)$

Άρα f κυρτή.

Δ2. Η γραφική παράσταση C_f της f τέμνει τον $x'x$ στα σημεία $B(x_1, 0)$ και $\Gamma(x_2, 0)$ και το ζητούμενο εμβαδόν είναι

$$E(\Omega) = \int_{x_1}^{x_2} |f(x)|dx$$

Θα βρούμε το πρόσημο της f στο $[x_1, x_2]$

- Αν $x_1 \leq x \leq 1 \Leftrightarrow f(x_1) \geq f(x)$, αφού $f \downarrow A_1$
  $\Leftrightarrow 0 \geq f(x)$
- Αν $1 \leq x \leq x_2 \Leftrightarrow f(x) \leq f(x_2)$, αφού $f \uparrow A_2$
  $\Leftrightarrow f(x) \leq 0$

Άρα $f(x) \leq 0$ στο $[x_1, x_2]$

και $E = \int_{x_1}^{x_2} -f(x)dx = -\int_{x_1}^{x_2} (x)'f(x)dx$

$$= -[xf(x)]_{x_1}^{x_2} + \int_{x_1}^{x_2} x \cdot f'(x)dx$$

$$= -\left(x_2 f(x_2) - x_1 f(x_1)\right) + \int_{x_1}^{x_2} x \cdot \left(1 - \frac{1}{x}\right) dx$$

$$= 0 + \int_{x_1}^{x_2} (x-1)dx$$

$$= \left[\frac{x^2}{2} - x\right]_{x_1}^{x_2}$$

$$= \frac{x_2^2}{2} - x_2 - \left(\frac{x_1^2}{2} - x_1\right)$$

$$= \frac{x_2^2 - x_1^2}{2} - x_2 + x_1$$

$$= \frac{(x_2 - x_1)(x_2 + x_1)}{2} - (x_2 - x_1)$$

$$= (x_2 - x_1)\left(\frac{x_2 + x_1}{2} - 1\right)$$

$$= \frac{1}{2}(x_2 - x_1)(x_2 + x_1 - 2)$$

Δ3. <u>1ος τρόπος</u>

Έχουμε αποδείξει στο **Δ2** ότι για κάθε $x \in [x_1, x_2]$ είναι $f(x) \leq 0$

$-f(x) \geq 0$

Ισότητα μόνο για $x = x_1$ ή $x = x_2$

Άρα $\int_{x_1}^{x^2} \left(-f(x)\right)dx > 0$

$\Leftrightarrow E > 0$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(x_2 - x_1)(x_1 + x_2 - 2) > 0$

$\Leftrightarrow x_1 + x_2 - 2 > 0$ γιατί $x_2 - x_1 > 0$ αφού $x_2 > x_1$

$\Leftrightarrow \boxed{x_2 > 2 - x_1}$ $(\mathbf{1})$

Επίσης $x_1 < 1 \Leftrightarrow -x_1 > -1$

$\Leftrightarrow \boxed{2 - x_1 > 1}$ $(\mathbf{2})$

Από $(\mathbf{1})$ και $(\mathbf{2})$ έχουμε ότι

$1 < 2 - x_1 < x_2$

$\Leftrightarrow f(2 - x_1) < f(x_2)$, διότι $f \uparrow [1, +\infty)$ και $2 - x_1, x_2 \in (1, +\infty)$

$\Leftrightarrow f(2 - x_1) < 0$, αφού $f(x_2) = 0$

<u>2^{ος} τρόπος</u>

Έχουμε

$0 < x_1 < 1$

$\Leftrightarrow 0 > -x_1 > -1$

$\Leftrightarrow 2 > 2 - x_1 > 1$

Και η $f(2 - x_1) < 0$ γράφεται

$\Leftrightarrow f(2 - x_1) < f(x_2)$, αφού $f(x_2) = 0$

$\Leftrightarrow 2 - x_1 < x_2$ διότι $2 - x_1$ και $x_2 \in (1, +\infty)$ και $f \uparrow [1, +\infty)$

$\Leftrightarrow 2 < x_1 + x_2$

$\Leftrightarrow \boxed{x_1 + x_2 - 2 > 0}$ $(\mathbf{A})$

Αρκεί να δείξουμε ότι ισχύει η (A)

Από το ερώτημα **Δ2** έχουμε ότι

$$E = \frac{1}{2}(x_2 - x_1)(x_1 + x_2 - 2) > 0$$

Όμως $E > 0$.

Άρα $\frac{1}{2}(x_2 - x_1)(x_1 + x_2 - 2) > 0$

$\Leftrightarrow x_1 + x_2 - 2 > 0$ αφού $\frac{1}{2}(x_2 - x_1) > 0$

Δ4. <u>1^{ος} τρόπος</u>

Επειδή η f είναι κυρτή και η εφαπτομένη της C_f στο σημείο $M(x_2, f(x_2))$ έχει εξίσωση

$y - f(x_2) = f'(x_2)(x - x_2)$

$y = f'(x_2)(x - x_2)$ γιατί $f(x_2) = 0$

Έτσι για κάθε $x \in (0,+\infty)$ ισχύει

$$f(x) \geq y \ (\mathbf{3})$$
$$\Leftrightarrow f(x) \geq f'(x_2)(x - x_2)$$
$$\Leftrightarrow 1 + f(x) \geq f'(x_2)(x - x_2) + 1$$

Στη συνέχεια εξετάζουμε αν ισχύει:

$$2f(x) + \ln 3 \geq 1 + f(x)$$
$$\Leftrightarrow f(x) + \ln 3 \geq 1$$
$$\Leftrightarrow x - \ln(3x) + \ln 3 \geq 1$$
$$\Leftrightarrow x - \ln x \geq 1$$

$\Leftrightarrow x - 1 \geq \ln x$ αληθής για κάθε $x > 0$ και ισότητα μόνον για $x = 1$

Δηλαδή για κάθε $x > 0$ ισχύει:

$$2f(x) + \ln 3 \geq 1 + f(x) \geq 1 + f'(x_2)(x - x_2)$$

και ισότητα αριστερά μόνο για $x = 1$

δεξιά μόνο για $x = x_2$

Άρα $2f(x) + \ln 3 > 1 + f'(x_2)(x - x_2)$ για κάθε $x > 0$

Επομένως η εξίσωση $2f(x) + \ln 3 = 1 + f'(x_2)(x - x_2)$ είναι αδύνατη.

<u>2ος τρόπος</u>

Η f παρουσιάζει ελάχιστο στο $x_o = 1$ το $f(1) = 1 - \ln 3$ οπότε

$$f(x) \geq 1 - \ln 3 \Leftrightarrow f(x) + \ln 3 - 1 \geq 0, \ x \in \mathbb{R}$$

με την ισότητα να ισχύει μόνο για $x = 1$ $(\mathbf{4})$

Από την $(\mathbf{3})$ έχουμε ότι

$$f(x) \geq f'(x_2) \cdot (x - x_2)$$

$\Leftrightarrow f(x) - f'(x_2)(x - x_2) \geq 0$ $(\mathbf{5})$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$

με την ισότητα να ισχύει μόνο για $x = x_2$

τότε

$$2f(x) + \ln 3 = 1 + f'(x_2)(x - x_2)$$
$$\Leftrightarrow (f(x) + \ln 3 - 1) + \big(f(x) - f'(x_2)(x - x_2)\big) = 0$$

$\overset{(4)}{\underset{(5)}{\Leftrightarrow}} f(x) + \ln 3 - 1 = 0$ και $f(x) - f'(x_2)(x - x_2) = 0$ διότι το άθροισμα δύο μη αρνητικών αριθμών είναι ίσο με το 0 όταν και οι δύο αριθμοί είναι ίσοι με 0

$\Leftrightarrow x = x_2$ και $x = 1$ άτοπο

Άρα η εξίσωση είναι αδύνατη.

3ος τρόπος

Η εξίσωση $2f(x)+\ln 3=1+f'(x_2)(x-x_2)$ γράφεται:

$$\Leftrightarrow f(x)-1+\ln 3=f'(x_2)(x-x_2)-f(x)$$

$$\Leftrightarrow f(x)-(1-\ln 3)=f'(x_2)(x-x_2)-f(x)+f(x_2) \text{ διότι } f(x_2)=0$$

$$\boxed{\Leftrightarrow f(x)-f(1)=f'(x_2)(x-x_2)-f(x)+f(x_2) \quad (E)}$$

- Αν $x=x_2$ η (Ε) γίνεται: $-f(1)=0$ άτοπο, αφού $f(1)<0 \Leftrightarrow -f(1)>0$

-Αν $x\neq x_2$ τότε η (Ε) γράφεται:

$$(E) \Leftrightarrow \frac{f(x)-f(1)}{x-x_2}=f'(x_2)-\frac{f(x)-f(x_2)}{x-x_2}$$

Στο διάστημα $[x_2,x]$ αν $x>x_2$

ή $[x,x_2]$ αν $x<x_2$

ισχύουν οι υποθέσεις του Θ.Μ.Τ. του διαφορικού λογισμού, άρα υπάρχει τουλάχιστον ένα ξ μεταξύ του x και x_2, ώστε:

$$f'(\xi)=\frac{f(x)-f(x_2)}{x-x_2} \quad \textit{και}$$

η (Ε) γράφεται:

$$(E) \Leftrightarrow \frac{f(x)-f(1)}{x-x_2}=f'(x_2)-f'(\xi) \quad (I)$$

Τώρα αν: • $x_2<\xi<x$ τότε $\frac{f(x)-f(1)}{x-x_2}>0$ ενώ

$$f'(x_2)<f'(\xi) \Leftrightarrow f'(x_2)-f'(\xi)<0$$

Άρα η (Ι) $\Leftrightarrow$ (Ε) είναι αδύνατη.

• $x<\xi<x_2$ τότε $\frac{f(x)-f(1)}{x-x_2}<0$ ενώ

$$f'(x_2)>f'(\xi) \Leftrightarrow f'(x_2)-f'(\xi)>0,$$

άρα πάλι η (Ι) $\Leftrightarrow$ (Ε) είναι αδύνατη.

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι η εξίσωση (Ε) δεν έχει λύση.